

gepaßt. Dabei ergaben sich folgende Beziehungen:

$$F_{3\infty}/F_{2\infty} = (0,128 \pm 0,004) \cdot E^{(3,21 \pm 0,07)} \text{ für Luft,}$$

$$F_{3\infty}/F_{2\infty} = (0,113 \pm 0,007) \cdot E^{(3,70 \pm 0,13)} \text{ für H}_2.$$

(Energie E der Li^6 -Ionen in MeV)

Dem Direktor des Technisch-Physikalischen Institutes, Herrn Prof. Dr. A. ECKARDT, danken wir für die Anregung zu dieser Arbeit und sein förderndes Interesse. Weiterhin sind wir unseren Kollegen von der Arbeitsgruppe Band-generator für ihre Unterstützung während der Messungen dankbar.

Der Druckaufbau in einem stationären, magnetfeldstabilisierten Heliumplasma hoher Dichte und Temperatur *

P. H. GRASSMANN

Institut für Plasmaphysik, Garching bei München

(Z. Naturforsch. **23 a**, 251—263 [1968]; eingegangen am 14. Oktober 1967)

The density and temperature in a stationary, magnetically stabilized He arc plasma are determined. The axial temperatures measured are between 200000 °K and 400000 °K, depending on the discharge current. The electron densities are found to be $n_e = 1.5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, this value being constant over the arc radius. These measurements yield very steep radial pressure gradients and axial pressures of up to 1 atm. The pressure profiles are dealt with quantitatively. It is shown that the pressure build-up is governed essentially by a thermomagnetic effect familiar in solid state physics, namely the Nernst effect. The theory of this effect readily explains why the electron density is constant over the radius.

Unter dem Namen „Eieruhr“ ist eine von WULFF¹ entwickelte, ursprünglich wandstabilisierte Entladung bekannt geworden, die ihren Namen vom äußeren Aussehen des Entladungsgefäßes bekommen hat. An ein Quarzrohr mit rund 1 cm Durchmesser und einer Länge von 20—50 cm wurden an beiden Seiten trichterförmige Ansätze angeblasen, in denen ringförmige Elektroden untergebracht waren. Bei einem Anfangsdruck von einigen Torr betrug der für einige ms konstante Entladungsstrom einige kA. Als Arbeitsgase fanden Helium oder Wasserstoff Verwendung. Für die Dauer der Entladung ergab sich ein stationäres Plasma mit einer Temperatur im Bereich von 40000° bei einer Elektronendichte von einigen 10^{16} cm^{-3} . Die von DURAND² für diesen Bogen aufgestellte Energiebilanz zeigte, daß ein wesentlicher Teil der dem Bogen zugeführten elektrischen Energie durch radiale Wärmeleitung abgeführt wird. Hierdurch war die erreichbare Achsentemperatur bestimmt.

Um höhere Temperaturen zu erreichen, mußte die Wärmeleitfähigkeit des Plasmas reduziert werden, wozu WULFF³ ein starkes longitudinales Magnetfeld verwandte. Gleichzeitig wurde der Durch-

messer des Entladungsrohres auf etwa 7 cm vergrößert, so daß das Plasma nicht mehr das ganze Gefäß erfüllte, sondern einen von Neutralgas umgebenen Kanal bildete. Neben einer Erhöhung der Temperatur war zu erwarten, daß sich durch die Wechselwirkung zwischen Plasma und Magnetfeld ein radiales Druckprofil im Plasma ausbildet. Es ist das Ziel dieser Arbeit, in einer solchen magnetisch stabilisierten Eieruhr-Entladung Dichte, Temperatur und Druck — insbesondere in der Umgebung der Entladungsachse — zu bestimmen und den Druckaufbau zu verstehen.

I. Beschreibung der experimentellen Anordnung und Ermittlung der Plasmaparameter

1.1. Beschreibung der Entladung

Abb. 1 zeigt die verwendete Entladungsanordnung. Das Entladungsgefäß besteht aus einem 75 cm langen Hartglasrohr mit einem Durchmesser von 7 cm, an dessen Enden in das Rohr hineinragende Quarztrichter und ringförmige Elektroden angeflanscht sind. Die unterschiedliche Form der Trich-

* Auszug aus der bei der Fakultät für Maschinenwesen und Elektrotechnik der Technischen Hochschule München eingereichten Dissertation.

¹ H. WULFF, Z. Phys. **150**, 614 [1958].

² J. DURAND, Z. Naturforsch. **18 a**, 281 [1963].

³ H. WULFF, Production and Behaviour of a Magnetically, Stabilized High-Density, High-Temperature Plasma, Proc. of the 7th Intern. Conf. on Phenomena in Ionized Gases, Beograd 1965.



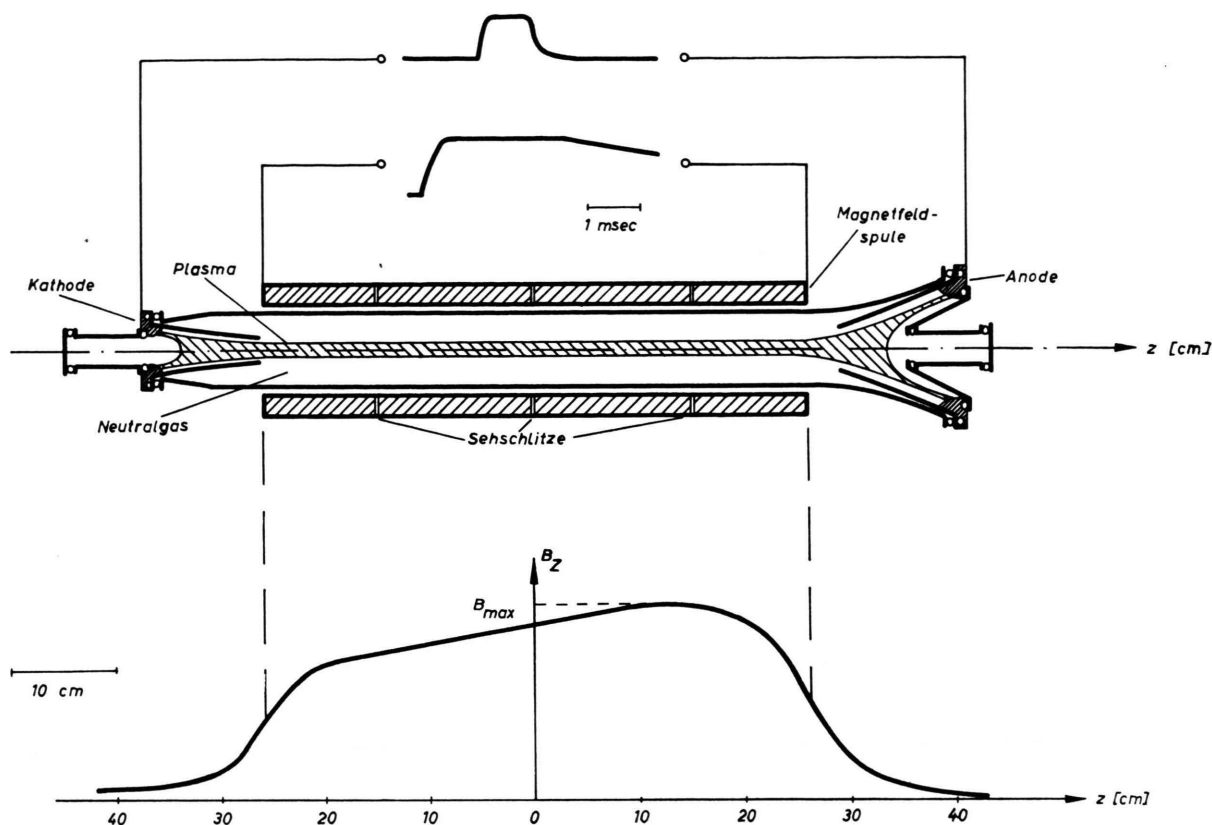


Abb. 1. Entladungsgefäß mit Magnetspule und Stromversorgung (1 : 5 verkleinert) [oben].

Abb. 2. Magnetfeldverlauf als Funktion der z -Koordinate [unten].

ter erwies sich aus verschiedenen experimentellen Gründen als zweckmäßig. An die Elektroden sind Glasstutzen angesetzt, um die Glasfenster aus dem Bereich hohen Magnetfelds herauszuhalten. Das ist notwendig, da bei den später beschriebenen Messungen der Elektronendichte mit Hilfe des Faraday-Effekts magnetisierte Glasfenster gestört hätten. Aus demselben Grund mußten spannungsoptische Erscheinungen vermieden werden. Daher wurden die Fenster auf einem Gummiring gelagert und nur durch den äußeren Luftdruck gehalten. Das Entladungsgefäß wurde vor jeder Entladung bis auf 10^{-5} Torr ausgepumpt und dann mit 3 Torr Helium gefüllt.

Das He-Gas wird durch einen 15 kV-Hochspannungsimpuls über die Elektroden vorionisiert und durch einen für 1 ms stationären Strom von einigen kA geheizt. In einer 50 cm langen Spule, die das

Mittelstück des Entladungsgefäßes umgibt, wird ein Magnetfeld von maximal 60 kG erzeugt, das gegen die Kathode hin abfällt (Abb. 2). Die Abb. 3* zeigt ein maßstäbliches Bild der Magnetfeldlinien. Ihr Öffnungswinkel beträgt am Rande des Entladungskanals ca. $0,2^\circ$. Warum diese Feldgeometrie hier gewählt wurde, wird noch erläutert werden. Die Spule hat eine Induktivität von $500 \mu\text{H}$. Das Magnetfeld wird durch eine von DURAND, KLÜBER und WULFF⁴ angegebene Schaltung für 2 ms konstant gehalten.

Seitlich und oben in der Magnetfeldspule angebrachte Sechsschlitze geben die Möglichkeit, das Plasma *side-on* mit Spektrograph und Drehspiegelkamera zu untersuchen. Die im folgenden genauer erläuterten Messungen zeigen, daß das Plasma stationär und rotationssymmetrisch ist, daß seine Zustandsgrößen von der Längs-(z -)Richtung praktisch

* Abb. 3 auf Tafel S. 252a.

⁴ J. DURAND, O. KLÜBER u. H. WULFF, Z. angew. Phys. 12, 9 [1960], S. 393.

nicht abhängen und daß es weitgehend frei von Verunreinigungen ist. Diese Punkte sind für die später beschriebenen Meßmethoden wesentlich.

Zur Kontrolle der Rotationssymmetrie wurde das Plasma von oben und von der Seite mit Drehspiegelkammeras im Licht der im sichtbaren und Quarz-UV-Gebiet intensivsten Linie, der He-II-Linie $\lambda = 4686 \text{ \AA}$, beobachtet (Abb. 3). Es konnte experimentell nachgewiesen werden, daß bereits ein unsymmetrischer, radialer Feldanteil von ca. 100 Gauß (bei einem maximalen longitudinalen Feld von 60 kG) zu Störungen der Rotationssymmetrie des Plasmas führt. Solche Felder entstehen aber leicht an den Sehschlitzten, wenn dort beim Bau der Spule die Windungen etwas „gekröpft“ werden. Durch geeignet konstruierte Sehschlitzte wurde diese Schwierigkeit vermieden. Die Drehspiegelbilder der Abb. 3 zeigen außerdem, daß das Plasma stationär ist. Darüber hinaus erkennt man durch Vergleich der unteren Bildreihen, daß die Erscheinungsform des Plasmas von seiner Längsrichtung nicht wesentlich abhängt.

Die Spektren zeigen, daß das Plasma weitgehend frei von Verunreinigungslinien ist. Im Bereich des Anoden- und des Mittelschlitzes ist die einzige Verunreinigungslinie im sichtbaren Spektralgebiet die Kohlenstoff-II-Linie $\lambda = 4267 \text{ \AA}$. Durch Vergleich mit Helium-Spektren mit bekanntem Kohlenstoff-Zusatz kann auf eine Verunreinigung von 10/100 geschlossen werden. (Zu beachten ist, daß bei richtiger Belichtung des Kontinuums z. B. die He-II-Linie 4686 Å etwa tausendfach überbelichtet ist.)

1.2. Ermittlung der Elektronendichte mit Hilfe des Faraday-Effekts

Durchstrahlt linearpolarisiertes Licht ein weitgehend ionisiertes Plasma in Richtung eines Magnetfeldes, so wird die Polarisationssebene um den Winkel

$$\Delta\alpha = \frac{e^3}{2\pi c^4 m_e} \lambda^2 \int n_e B(z) dz \quad (1)$$

gedreht. n_e ist die Elektronendichte des Plasmas, λ die Wellenlänge des verwendeten Lichts. Eine Messung des Drehwinkels $\Delta\alpha$ ergibt also die über die Meßstrecke integrierte Größe $\int n_e B(z) dz$. Das hier zu untersuchende Plasma ist praktisch zylindersymmetrisch, wie die Schmierkammerbilder und die Spektren der Abb. 3 zeigen. Die Elektronendichte hängt also nicht von der z -Richtung ab, so daß n_e vor das Integral gezogen werden kann. Der Wert $\int B(z) dz$ kann aus der bekannten Magnetfeldgeometrie und damit n_e aus $\Delta\alpha$ berechnet werden.

Dient, wie in unserem Fall, ein Rubinlaser als Lichtquelle ($\lambda = 6943 \text{ \AA}$), so sind nach Gl. (1) in diesem Experiment bei Elektronendichten der Größenordnung 10^{16} cm^{-3} Drehwinkel $\Delta\alpha$ der Größenordnung einiger zehntel Grad zu erwarten. Die Messung so kleiner Drehwinkel gelingt mit Hilfe eines Differenzverfahrens. (Der Faraday-Effekt als plasma-diagnostisches Hilfsmittel wurde erstmals von WULFF und dem Verfasser⁵ beschrieben. Inzwischen wurde das Verfahren auch von anderen Autoren verwendet⁶⁻⁹).

Kreuzt man zwei Polarisatoren unter dem Winkel $\pi/2 + \alpha$, so gilt für die hindurchtretende Lichtintensität

$$I = I_0 \sin^2 \alpha + a I_0, \quad (2)$$

wobei $I_0(1 + a)$ die Intensität bei parallel gestellten Polarisatoren, $a I_0$ die Restintensität bei genau gekreuzten Polarisatoren ist. Für handelsübliche Polarisatoren liegt der Sperrfaktor a zwischen 10^{-3} und 10^{-4} . Ändert sich nun α von 0° auf z. B. $0,1^\circ$, so bleibt die Intensitätsänderung

$$\Delta I (= 3 \cdot 10^{-6} I_0)$$

klein gegen $a I_0$. Wir haben daher die Empfindlichkeit durch das im folgenden beschriebene Differenzverfahren nach Abb. 4 gesteigert. Man kreuzt die beiden Polarisatoren unter einem Winkel $\pi/2 + \beta$, dessen optimaler Wert noch errechnet werden muß. Zu diesem Winkel kommen noch die vom Plasma hervorgerufenen Drehungen $\Delta\alpha$ hinzu, so daß man hinter den Polarisatoren ein Signal A der Intensität

$$I_A = I_0(\sin^2(\beta + \Delta\alpha) + a) \quad (3)$$

mißt. Zwischen den beiden Polarisatoren blenden wir z. B. mit einer schwach reflektierenden Glasplatte (vgl. Abb. 4) ein Signal B aus, das von kleinen Drehungen $\Delta\alpha$ unabhängig und nur zur Eingangsintensität I_0 proportional ist. Dieses Signal B schwächen wir durch geeignete Filter so ab, daß es gleich groß wie das Signal A bei $\Delta\alpha = 0$ ist. Wir haben also zu schreiben

$$I_B = I_0(\sin^2 \beta + a) = \text{const} \cdot I_0. \quad (4)$$

Nun wird in einem Differenzverstärker die Differenz der beiden Signale A und B

$$I_A - I_B = I_0(\sin^2(\beta + \Delta\alpha) - \sin^2 \beta)$$

gebildet. Für $\Delta\alpha = 0^\circ$ ist $I_A - I_B = 0$, während sich bei Auftreten des Faraday-Effektes im Plasma ein von $\Delta\alpha$ abhängiges Signal ergibt.

Wir müssen nun noch den optimalen Wert des Winkels β errechnen. Die Methode hat die größte Empfindlichkeit,

^{5a} P. H. GRASSMANN u. H. WULFF, C. R. de la VIème Conf. Intern. sur. les Phénomènes d'Ionisation dans les Gaz, Paris 1963.

^{5b} P. H. GRASSMANN, Elektronendichtemessung aus der Magnetrotation von Rubinlaserstrahlung, Dipl. Arbeit an der Technischen Hochschule München 1964.

⁶ A. A. DOUGAL et al., Phys. Rev. Letters **13**, 156 [1964].

⁷ I. S. FALCONER et al., Phys. Letters **14**, 38 [1965].

⁸ A. N. DELLIS u. W. H. DELLIS et al. Nature **207**, 56 [1965].

⁹ P. BOGEN, Physics of Fluids (im Druck).

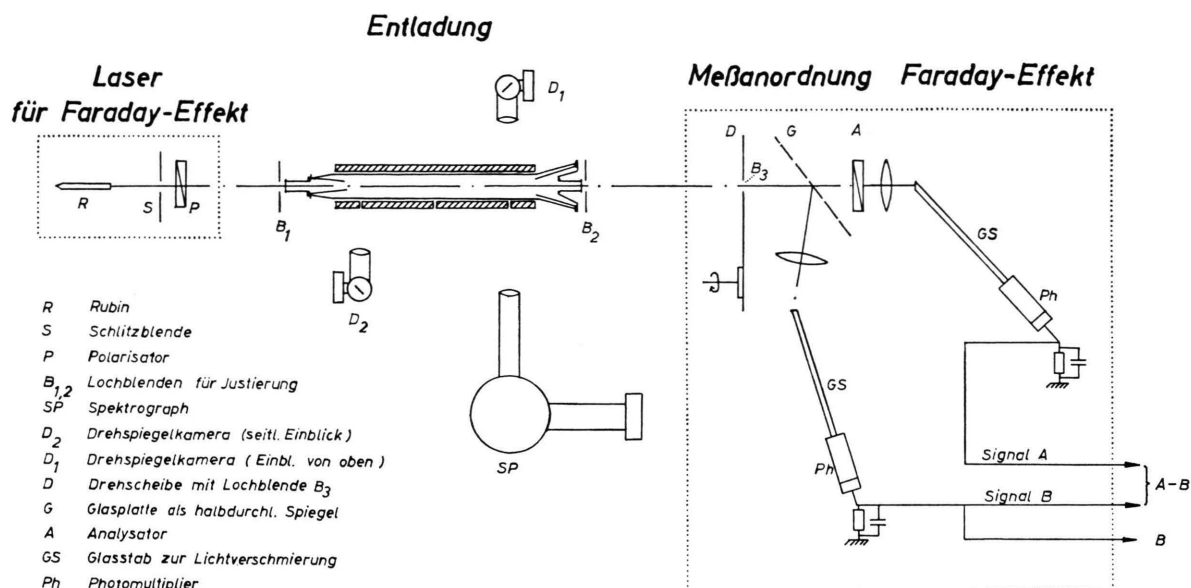


Abb. 4. Versuchsaufbau zur Messung der Elektronendichte.

wenn die relative Änderung als Funktion von β

$$\frac{I_A - I_B}{I_B} = \frac{I_0(\sin^2(\beta + \Delta\alpha) - \sin^2 \beta)}{I_0(\sin^2 \beta + a)} \approx \frac{(\beta + \Delta\alpha)^2 - \beta^2}{(\beta^2 + a)}$$

ein Maximum hat. Wir nehmen dazu an, daß $\beta \leq \pi/4$. Es ergibt sich

$$\beta_{\text{opt}} = -\frac{\Delta\alpha}{2} + \sqrt{a + \left(\frac{\Delta\alpha}{2}\right)^2}. \quad (5)$$

Für große $\Delta\alpha$ ist also kein Vorstellwinkel nötig, für die hier zu messenden $\Delta\alpha < 0,5^\circ$ ist $\beta_{\text{opt}} = \sqrt{a}$.

Der Sperrfaktor a hat — wie erwähnt — bei üblichen Polarisatoren den experimentell bestimmten Wert 10^{-4} , woraus sich für dieses Experiment $\beta_{\text{opt}} \approx 0,6^\circ$ ergibt. Die beiden Polarisatoren sind also fast gekreuzt.

Die praktische Ausführung dieses Differenz-Verfahrens zeigt Abb. 4. Als Lichtquelle wurde ein Rubinlaser verwendet. Sein Licht ist stark genug, um selbst nach Durchgang durch die fast senkrecht gekreuzten Polarisatoren das Eigenleuchten des Plasmas im Frequenzbereich der roten Laserlinie zu überstrahlen. (Das Plasmalicht wird durch den Analysator nur um etwa einen Faktor 2 geschwächt.) Der verwendete Laser lieferte bereits fast linear polarisiertes Licht, jedoch wurde dessen Polarisationsgrad durch einen Kalkspatpolarisator noch verbessert. Um das Laserlicht gleichmäßig über die Photokathoden zu verschmieren, wurde vor jeden der beiden Multiplier ein Glasstab gesetzt, in dem die ankommenden Lichtbündel durch zahlreiche Reflexionen über den Stabquerschnitt verschmiert wurden. Eine gleichmäßige Lichtverschmierung über die beiden Photokathoden war für eine gute Differenzbildung notwendig.

Die räumliche Auflösung des Meßverfahrens über den Radius der Plasmasäule hinweg wurde durch

eine rotierende Scheibe mit einer exzentrisch gebohrten Blende von 1 mm Durchmesser (B_3 in Abb. 4) erreicht. Die Entladung ist für 1 ms stationär. Während dieser Zeit konnte jeweils eine Hälfte des radialen Dichteprofiles abgetastet werden.

Das Beispiel einer Messung zeigt Abb. 5*. Die oberen, mit Referenzsignal bezeichneten Meßsignale geben die Primärintensität I_0 des Lasers an. Der darunterliegende Abgleich ohne Entladung $I_A - I_B$ ($\Delta\alpha = 0$) ergibt keine gerade Linie, da sich die Eigenschaften der Polarisatoren von Punkt zu Punkt etwas ändern. Der Abgleich ist aber gut reproduzierbar. Das Meßsignal (unterste Linie) weicht im linken Bild ganz links und im rechten Bild ganz rechts, also dort, wo sich der Meßstrahl bereits außerhalb des Plasmakanals befindet, nicht vom Abgleich ab, während im übrigen Bereich deutliche Abweichungen zu erkennen sind. Die Auswertung anhand einer Eichkurve der Drehwinkelmessung führt auf das unter dem Bild aufgetragene Dichteprofil der Entladung. Die gute Reproduzierbarkeit der Entladung ermöglichte es, Justierung und Raumauflösung des Meßverfahrens durch zwei während jeder Entladung feste Blenden (B_1 und B_2 in Abb. 4), die auf den Elektroden schrittweise in radialer Richtung verschoben wurden, zu kontrollieren.

Die bei verschiedenen Stromstärken und Magnetfeldern gemessenen Dichteprofile sind in den Kur-

* Abb. 5 auf Tafel S. 254 b

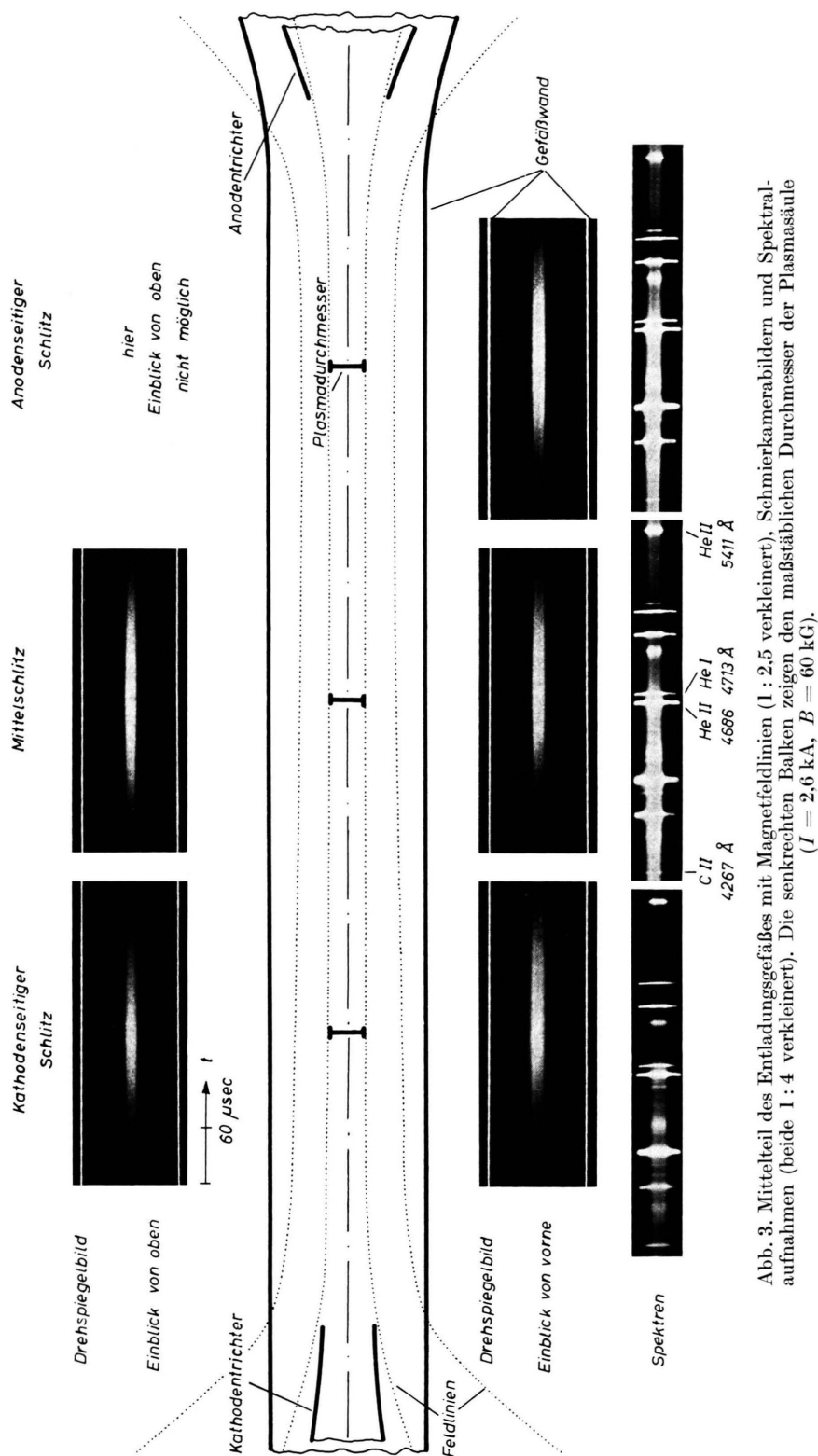
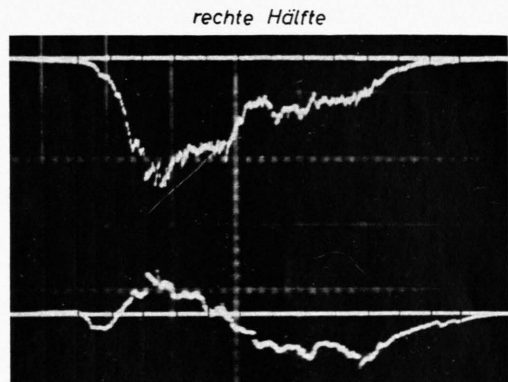
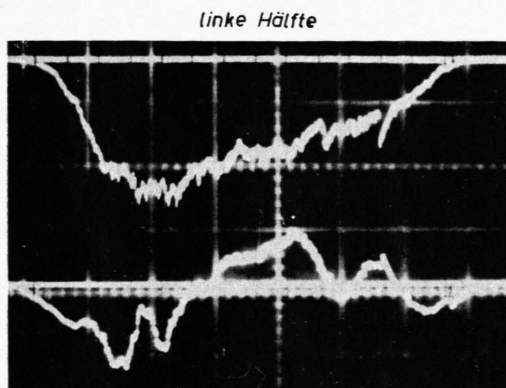
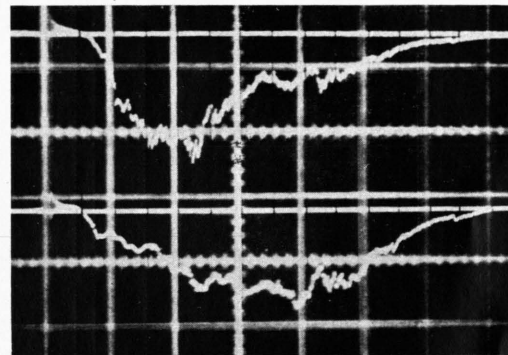
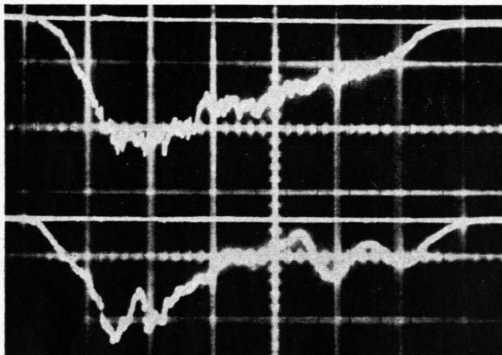


Abb. 3. Mittelteil des Entladungsgefäßes mit Magnetfeldlinien (1 : 2,5 verkleinert), Schmierkamerabildern und Spektralaufnahmen (beide 1 : 4 verkleinert). Die senkrechten Balken zeigen den maßstäblichen Durchmesser der Plasmassäule



Referenz-
signal

Abgleich
ohne
Entladung



Referenz-
signal

Meßsignal

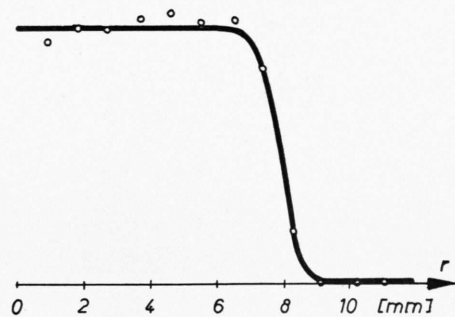
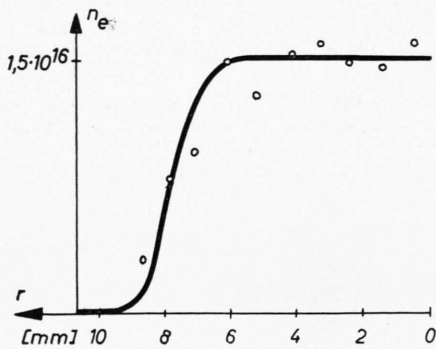


Abb. 5. Aufnahme der beiden Hälften des Elektronendichteprofiles ($I = 2,1$ kA, $B = 60$ kG).

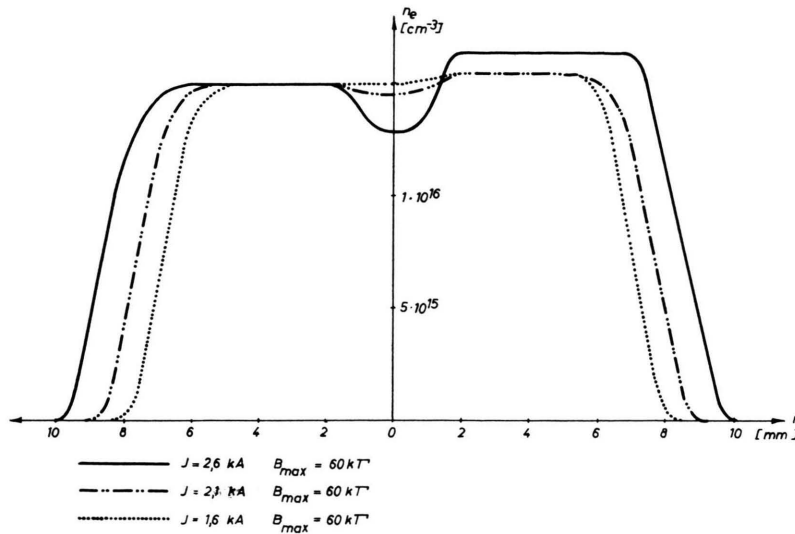


Abb. 6. Elektronendichteprofile bei verschiedenen Entladungsströmen.

ven, Abb. 6, dargestellt. Die radiale Elektronendichteverteilung hat etwa die Form eines Rechteckprofils. Die Breite dieses Profils stimmt mit der Breite der Zone überein, die nach Aussage der Spektren der Entladung (vgl. Abb. 3) kräftige Kontinuumsstrahlung emittiert. Überraschend an den Meßergebnissen ist, daß die Elektronendichte bei allen Entladungsparametern über den Radius weitgehend konstant ist, wofür — wie wir sehen werden — ein physikalischer Grund vorhanden ist. Bis zu Stromstärken von etwa 2,1 kA ist das Dichteprofil symmetrisch zur Achse der Entladung. Oberhalb 2,1 kA wird die Entladung leicht unsymmetrisch. Bei Strömen, die höher als 2,6 kA sind, ist die Entladung nicht mehr stationär.

1.3. Bestimmung der Temperatur und der Dichten einfach und zweifach geladener Teilchen

Infolge der großen Unterschiede der Temperatur in den Randzonen und in der Achsenumgebung des Plasmakanals sind die in der Bogenphysik üblichen Meßmethoden nicht durchweg anzuwenden. Während nämlich in den äußeren, kälteren Zonen die Besetzungsdichte der Grundzustände noch so groß ist, daß die Resonanzstrahlung in optisch dicker Schicht erfolgt, ist das für die heißen inneren Plasmazonen nicht mehr der Fall. Wenn nun der Temperaturgradient nicht zu groß ist, ist daher die Ionisation in den äußeren Zonen durch die Beziehung im thermodynamischen Gleichgewicht — die Sahagleichung — zu beschreiben, in den inneren Zonen jedoch nicht. Bei bekannter Elektronendichte

und Temperatur liefert die Saha-Gleichung dann die zur Bestimmung des Drucks

$$p = n k T = (n_e + n_1 + n_2) k T$$

nötigen Dichten einfach bzw. zweifach geladener Teilchen n_1 und n_2 . In den inneren Zonen, auf die die Sahagleichung nicht mehr anwendbar ist, spielt die Besetzungsdichte n_1 für die Druckbestimmung keine Rolle mehr, da sie gegen $n_e + n_2$ zu vernachlässigen ist.

Wie WULFF in einer Arbeit¹⁰ gezeigt hat, ist es möglich, aus spektroskopischen Messungen die Dichten n_1 bzw. n_2 ohne Annahme einer Ionisationsformel zu bestimmen. Danach gilt für Helium unter fast allen experimentellen Bedingungen noch eine thermodynamische Beziehung, nämlich die Saha-Boltzmann-Gleichung, zwischen der Dichte in angeregten Zuständen mit der Hauptquantenzahl m und der Dichte der Teilchen der nächsthöheren Ionisationsstufe.

$$n_{\alpha, m} = n_e n_{\alpha+1} (g_{\alpha, m} / g_{\alpha+1}) (h^2 / 2 \pi m_e k T)^{3/2} \times \exp \{ \Delta \chi_m / k T \} \equiv S B_{\alpha+1, m}(T) \quad \alpha = 0, 1 \quad (6)$$

g = statistische Gewichte, $\Delta \chi_m$ = Differenz der Ionisationsenergie und der (mittleren) Anregungsenergie für die Hauptquantenzahl m .

Wegen der Gültigkeit dieser Gleichung läßt sich das Intensitätsverhältnis V einer He-I- und He-II-Linie folgendermaßen ausdrücken:

$$V = \frac{n_1}{n_2} F(T) = \text{const} \frac{n_1}{n_2} \frac{S B_1(T)}{S B_2(T)}. \quad (7)$$

Mißt man dieses Intensitätsverhältnis und eine weitere spektroskopische Größe, z.B. die Intensität der Kontinuumsstrahlung, so können aus beiden Messungen bei bekanntem n_e die drei Größen n_1 , n_2 und T bestimmt werden,

¹⁰ H. WULFF, Z. Naturforsch. (in Vorbereitung).

da als dritte Gleichung noch die Quasineutralitätsgleichung $n_e = n_1 + 2n_2$ zur Verfügung steht. Auf Grund solcher Messungen konnte BERGSTEDT¹¹ auch feststellen, welchen Einfluß bei (starken) Temperaturgradienten die ambipolare Diffusion einfach und zweifach geladener He-Teilchen auf den Ionisationsgrad hat. Der Vergleich der rein experimentellen Bestimmung von n_1 und n_2 mit einer Bestimmung nach der Saha-Gleichung zeigt, daß unter den von uns gewählten Bedingungen in den nicht voll ionisierten Zonen zwar Unterschiede bestehen, diese aber keineswegs dramatisch sind. In der Achsenumgebung aber, wo die zweifach ionisierten Teilchen gegenüber den einfach geladenen stark überwiegen, spielt die Abweichung zum Zwecke der Druckbestimmung keine Rolle mehr.

Um die Temperatur als Funktion des Radius zu erhalten, und zwar möglichst genau in den inneren Zonen, erwies es sich als zweckmäßig, sie aus dem radialen Verlauf der Kontinuumsintensität zu bestimmen.

Dies mag überraschen, da die Intensität der Kontinuumsstrahlung schwach von der Temperatur, etwa $\sim T^{-1/2}$ abhängt, die Intensität einer He-II-Linie dagegen etwa $\sim T^{-3/2}$ ist. Aber gerade wegen dieser Abhängigkeiten erhält man aus der Achsenumgebung von der Kontinuumsstrahlung noch ein deutliches Signal. Die Linienstrahlung verschwindet dagegen in diesem Bereich fast vollkommen.

Um die aufwendige Absolutmessung der Kontinuumsintensität zu umgehen, wurde folgendermaßen vorgegangen: An einer Radiusstelle, die so weit innen gewählt wurde, daß $n_1 \ll n_2$ gilt und an der die Intensität einer He-II-Linie noch gut meßbar ist, wurde das Verhältnis von Linienintensität zu Kontinuumsintensität gemessen. Da für die Kontinuumsintensität $I_K = n_e n_2 K_2(T)$ und für die Linienintensität — wegen der Gültigkeit der Saha-Boltzmann-Gleichung — $I_2 = \text{const} \cdot n_e n_2 S B_{2m}(T)$ (m = obere Hauptquantenzahl des Übergangs) gilt, ist dieses Verhältnis eine reine Funktion der Temperatur. (Übergangswahrscheinlichkeiten und alle anderen konstanten Größen sind bekannt.) Ist nun die Temperatur an einer Radiusstelle r_1 aus dem in Rede stehenden Intensitätsverhältnis bestimmt, so ist die Temperatur weiter innen liegender Zonen aus dem Intensitätsverhältnis bei den Radien r_1 und r_2

$$\frac{I_K(r_1)}{I_K(r_2)} = \frac{n_e(r_1) n_2(r_1) K_2(T(r_1))}{n_e(r_2) n_2(r_2) K_2(T(r_2))} \quad (8)$$

bestimmbar, da n_e und wegen der Quasineutralitätsgleichung auch n_2 bekannt — in unserem Fall konstant — sind.

Die Kontinuumsintensität für die frei-frei und frei-gebunden Strahlung ist durch die Kramersschen Ausdrücke (s. z. B.¹²)

$$I_{\text{rf}} = g_f \cdot 6 \cdot 10^{-47} \cdot Z^2 \frac{n_e n_i}{(kT)^{1/2}} \exp \left\{ -\frac{h\nu}{kT} \right\} d\omega \cdot d\nu, \quad (9)$$

$$I_{\text{rf-g}} = 6 \cdot 10^{-47} g_g \frac{4\pi^2 e^4 m_e}{h^2 n^3} Z^4 \frac{n_e n_2}{(kT)^{3/2}} \cdot \exp \left\{ \frac{h(\nu_n - \nu)}{kT} \right\} d\omega \cdot d\nu \quad (10)$$

¹¹ K. BERGSTEDT, Z. Naturforsch. (in Vorbereitung).

¹² W. FINKELNBURG u. TH. PETERS, Hdb. d. Physik **28**, Berlin 1957.

gegeben. Der quantenmechanisch berechnete g -Faktor wurde einer Arbeit von BERGER¹³ entnommen. Die Gl. (10) wurde auch für die f—g-Strahlung des neutralen (nicht wasserstoffähnlichen) Heliums benützt, da nur die Rekombination in den 3. angeregten Zustand ($n=3$) berücksichtigt werden muß. Dieser Term liegt schon so nahe an der Ionisationsgrenze, daß wasserstoffähnlich gerechnet werden darf.

Die Abb. 7 zeigt den radialen Verlauf der Kontinuumsintensität, die Abb. 8 den daraus bestimmten radialen Temperaturverlauf.

I.4. Der radiale Druckverlauf

Bei bekannter Temperatur und Elektronendichte ergeben sich nun mit Hilfe der Sahagleichungen die Dichten neutraler, einfach bzw. zweifach geladener Teilchen n_0 , n_1 und n_2 . Damit ist der Druck

$$p = (n_0 + n_1 + n_2 + n_e) k T \quad (11)$$

bestimmt. Die Abb. 9 zeigt den radialen Druckverlauf bei verschiedenen Stromstärken. Wie auf Grund der Konstanz der Elektronendichte über den Radius zu erwarten war, steigt der Druck auch in dem Bereich, in dem Helium vollkommen ionisiert ist, weiter zur Achse an. Bisher galt die Wirkung der ambipolaren Diffusion¹⁴ in Gebieten mit sich ändernder Ionisation als der einzige druckerhöhende Effekt in magnetfeldstabilisierten Bögen, wenn, wie in unserem Fall, der Pincheffekt keine Rolle spielt. Es tritt nun aber gerade in dem Gebiet mit sicher voll(zweimal)ionisiertem Plasma ein sehr starker Druckanstieg — bis zu einer Atmosphäre — auf. Diese Druckerhöhung soll im folgenden anhand der Bewegungsgleichung und des verallgemeinerten Ohmschen Gesetzes erklärt werden.

II. Diskussion des Druckaufbaus und der Stromverteilung im Plasma

Um die gemessenen radialen Druckprofile quantitativ zu verstehen, diskutieren wir die Bewegungsgleichung eines Plasmas (ρ = Massendichte, alle Größen in cgs-Einheiten):

$$\text{grad } p = + \frac{1}{c} \mathbf{j} \times \mathbf{B} - \rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} + \mathbf{R}. \quad (12)$$

Für die folgenden Überlegungen sind die pro Volumeneinheit wirkenden Trägheitskräfte $\rho d\mathbf{v}/dt$ und die Kräfte der inneren Reibung \mathbf{R} zunächst zu ver-

¹³ G. M. BERGER, Astrophys. J. **124**, 550 [1956].

¹⁴ R. WIENECKE, Z. Naturforsch. **18a**, 1151 [1963].

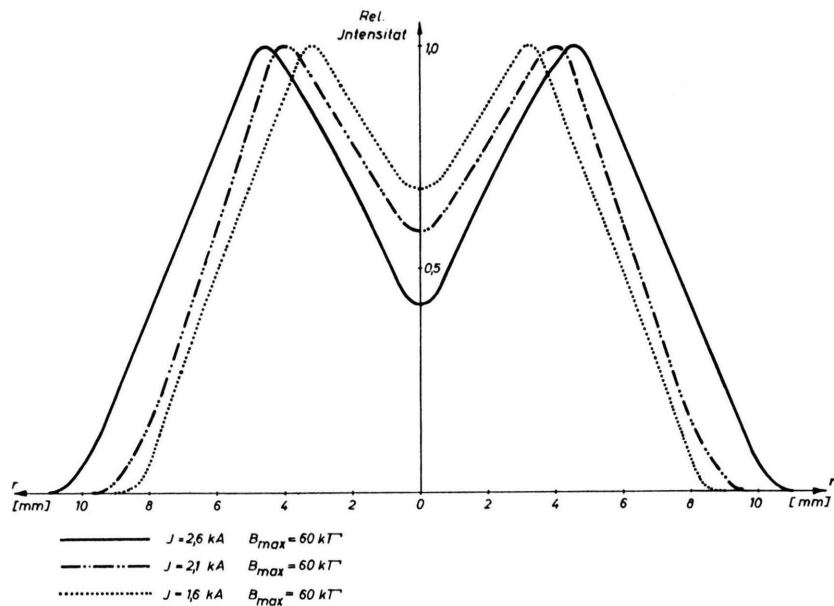


Abb. 7. Radiale Abhängigkeit der Kontinuumsintensität bei verschiedenen Entladungsströmen.

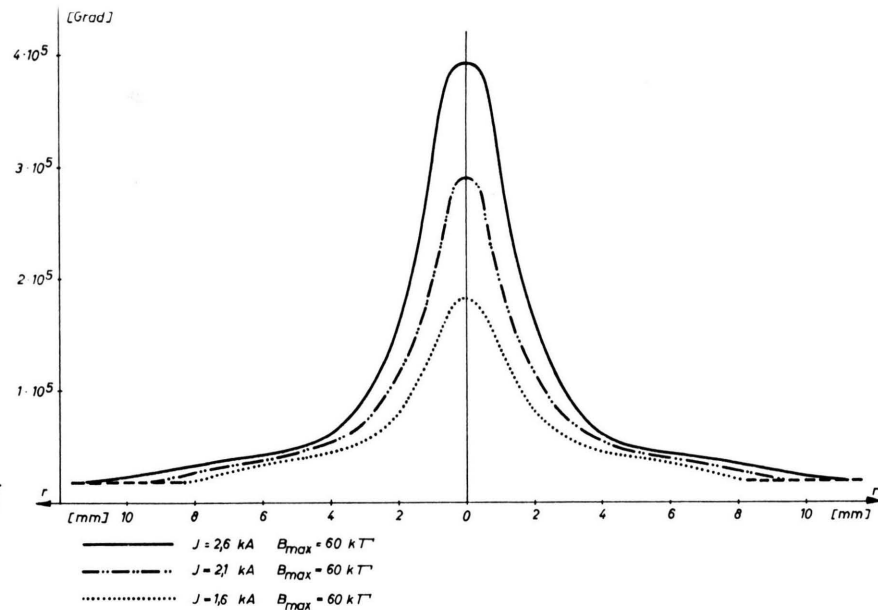


Abb. 8. Temperaturprofile bei verschiedenen Entladungsströmen.

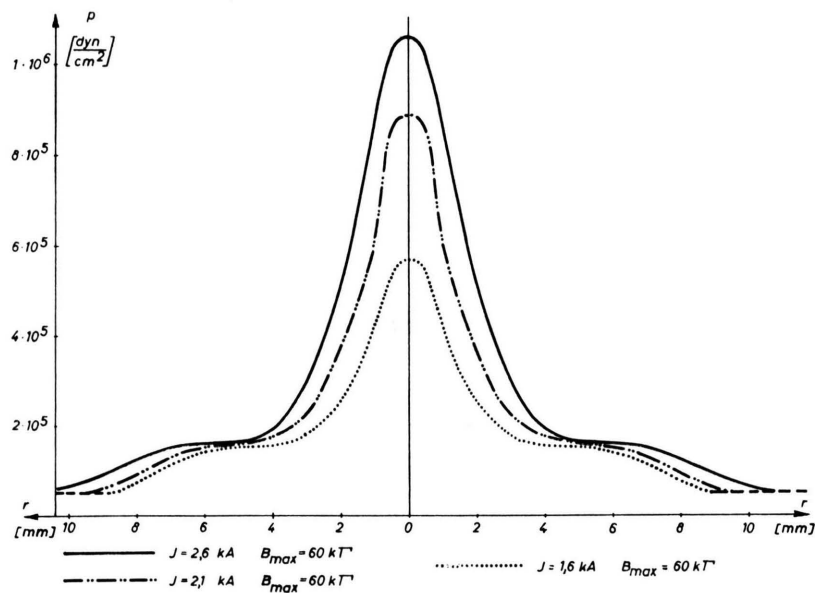


Abb. 9. Druckprofile bei verschiedenen Entladungsströmen.

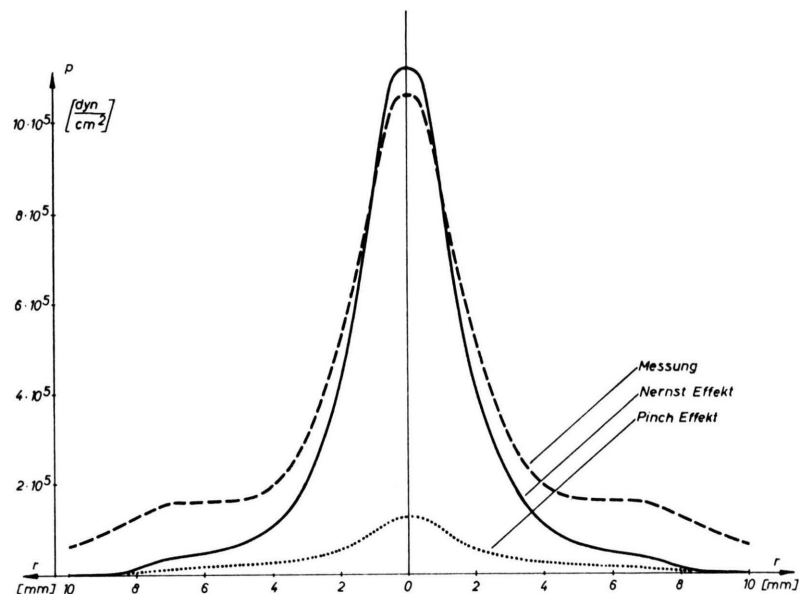


Abb. 10. Beitrag des Nernst-Effekts und des Pinchdrucks zum Druckaufbau.

nachlässigen. Wir benötigen daher zum Verständnis des Aufbaus des radialen Druckgradienten nur eine genaue Kenntnis der Strom- und Magnetfeldverteilung im Plasma, die uns aber beide zunächst nicht bekannt sind. Zwar kennen wir das von der Magnet-spule erzeugte Feld — wir bezeichnen es im folgenden als „äußeres“ Feld — daneben wird aber auch von den im Plasma fließenden Strömen ein Magnetfeld erzeugt, das wir „Eigenfeld“ des Plasmas nennen wollen. Wegen $\text{rot } \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}$ läuft aber die Frage nach dem Druckaufbau im Plasma auf die Frage allein nach der Stromverteilung (oder nach dem Magnetfeld) im Plasma hinaus.

Die Stromdichte ist durch das verallgemeinerte Ohmsche Gesetz gegeben. Wir schreiben es in der von KLÜBER¹⁵ angegebenen Form

$$\frac{1}{\sigma} \mathbf{j} = \mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{v} \times \mathbf{B} - \frac{1}{c e n_e} \mathbf{j} \times \mathbf{B} + \frac{1}{e n_e} \nabla p_e + \frac{k}{e} \gamma \nabla T - \frac{3}{2} \frac{k}{e \omega_e^2 \tau_e} \boldsymbol{\omega}_e \times \nabla T, \quad (13)$$

wobei wir entsprechend den Gegebenheiten unseres Experiments $\partial \mathbf{j} / \partial t = 0$ gesetzt haben und davon Gebrauch gemacht haben, daß $\omega_e^2 \tau_e^2 \gg 1$ ist. ($\boldsymbol{\omega}_e = -e \mathbf{B} / m c$ ist der Vektor der Gyrobewegung, τ_e die mittlere Stoßzeit der Elektronen.) γ und $1/\sigma$ sind Tensoren. Im einzelnen wird die Bedeutung der verschiedenen Terme der Gl. (13) später noch erläutert werden.

Wir bemerken, daß der letzte Term der Gl. (13) meistens weggelassen wird. Dieser Term ergibt sich — neben dem bekannten Term $(1/\sigma)$ — wenn der Impulsaustausch zwischen Elektronen und Ionen exakt berücksichtigt wird^{15,16}.

Wie wir sehen werden, können unsere Meßergebnisse nur auf Grund dieses Terms verstanden werden. Um mit der Gl. (13) rechnen zu können, benötigen wir ein Koordinatensystem, das unserem Experiment angepaßt ist und dennoch möglichst einfache Ausdrücke der Komponentengleichungen des Ohmschen Gesetzes liefern soll. Da wir eine weitgehend zylindersymmetrische Entladung untersucht haben, erscheint zunächst die Verwendung der gewohnten Zylinderkoordinaten als das Nächstliegende. Wegen des Auftretens von Tensoren führt die Verwendung eines Zylinderkoordinatensystems aber zu unübersichtlichen Ausdrücken, da seine Achsen nicht mit den Hauptachsen der Tensoren zusammenfallen¹⁷.

¹⁵ O. KLÜBER, Z. Naturforsch. **22a**, 1599 (1967).

¹⁶ D. J. BRAGINSKIJ, Phénomènes de Transport dans les Plasmas. EUR-CEA-FC-306-TR.

Wir beziehen uns daher auf die Hauptachsen. Dann ist

$$\frac{1}{\sigma} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sigma_{\perp}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma_{\perp}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sigma_{\parallel}} \end{pmatrix}. \quad (14)$$

In Gl. (14) ist mit $\omega_e^2 \tau_e^2 \gg 1$ nach ¹⁵ und ¹⁶ die elektrische Leitfähigkeit in Richtung des Magnetfeldes

$$\sigma_{\parallel} = \frac{1}{\gamma'} \frac{e^2 n_e \tau_e}{m_e}, \quad (15_{\parallel})$$

wo $\gamma' (Z=1) = 0,513$ bzw. $\gamma' (Z=2) = 0,441$ und Z die Anzahl der freien Elektronen pro Ion ist.

Ferner gilt

$$\sigma_{\perp} = \frac{e^2 n_e \tau_e}{m_e} \approx \frac{1}{2} \sigma_{\parallel}. \quad (15_{\perp})$$

Weiter gilt

$$\frac{e^2 n_e \tau_e}{m_e} = \frac{3 (kT)^{3/2}}{4 (2\pi)^{1/2} \cdot Z \cdot e^2 \cdot m_e^{1/2} \ln A}, \quad (16)$$

wo für unser Plasma $\ln A \approx 8$ ist.

Die Richtung des Magnetfeldes und damit der großen Hauptachse des Tensors steht als Koordinatenrichtung fest. Wir nennen sie die Richtung z' , da sie unter der Magnetfeldspule fast mit der z -Richtung von Zylinderkoordinaten zusammenfällt. Kleine Abweichungen ergeben sich aus dem Umstand, daß $B_r \neq 0$ ist, und aus der schraubenförmigen Verdrillung des äußeren Magnetfeldes durch das Eigenfeld B_{φ} des Entladungsstromes. Es gelten stets die Beziehungen $B_r/B \approx 3 \cdot 10^{-3} r$ (r in cm) und $B_{\varphi}/B < 1/50$. Der Koordinate z' ordnen wir den Einheitsvektor $\mathbf{e}_{z'} = \mathbf{B}/B$ zu. Als weitere Koordinatenrichtung verwenden wir die Richtung des durch die Entladungs- bzw. Magnetfeldachse gehenden und zum wahren Magnetfeld orthogonalen Vektors. Wir bezeichnen sie mit r' und ordnen ihr

¹⁷ Z.B. ist für den einfachen Fall $B_r = 0$ die Transformation auf Zylinderachsen eine Drehung um den kleinen Winkel $\arcsin B_{\varphi}/B \approx B_{\varphi}/B$. Der reziproke Leitfähigkeitstensor und das Ohm'sche Gesetz haben dann die folgende Form:

$$\begin{pmatrix} 1/\sigma_{\perp} & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sigma_{\perp} (1 - (1 - \sigma_{\perp}/\sigma_{\parallel}) B_{\varphi}^2/B^2) & (1/\sigma_{\perp} - 1/\sigma_{\parallel}) B_{\varphi}/B \\ 0 & -(1/\sigma_{\perp} - 1/\sigma_{\parallel}) B_{\varphi}/B & 1/\sigma_{\parallel} + 1/\sigma_{\perp} B_{\varphi}^2/B^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_r \\ j_{\varphi} \\ j_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_r + \dots \\ E_{\varphi} + \dots \\ E_z + \dots \end{pmatrix}$$

Diese Form des reziproken Leitfähigkeitstensors führt auf die in ¹⁵ angegebenen Beziehungen.

den Einheitsvektor $\mathbf{e}_{r'}$ zu. Die dritte Richtung sei die zu beiden orthogonale Richtung φ' , zu der der Einheitsvektor $\mathbf{e}_{\varphi'} = \mathbf{e}_{z'} \times \mathbf{e}_{r'}$ gehört. Sind $B_r = 0$ und $B_\varphi = 0$, so sind die gestrichenen Koordinaten mit Zylinderkoordinaten identisch. Wir schreiben die φ' -Komponenten der Gl. (13) an:

$$\dot{j}_{\varphi'} = \sigma_{\perp} E_{\varphi'} - \frac{\sigma_{\perp}}{c} v_{r'} B + \frac{\sigma_{\perp}}{c e n_e} \dot{j}_{r'} B + \frac{3}{2} \frac{c}{B} n_e k \frac{\partial T}{\partial r'} . \quad (17)$$

Dabei erweist sich das gewählte Koordinatensystem bereits als vorteilhaft, da alle Kreuzprodukte sich auf einen Term reduzieren, denn definitionsgemäß sind im Hauptachsenkoordinatensystem $B_{r'} = B_{\varphi'} = 0$. Die φ' -Komponenten der Terme $(1/en_e) \nabla p_e$ und $(k/e) \gamma \cdot \nabla T$ der Gl. (13) verschwinden nicht exakt. Sie sind in Gl. (17) aus folgendem Grunde nicht aufgenommen worden: ihre φ' -Komponenten können in die φ - und die z -Komponenten der Zylinderkoordinaten zerlegt werden. Ihre φ -Komponenten verschwinden wegen der Rotationssymmetrie des Plasmas — $\partial/\partial\varphi = 0$ —. Ihre z -Komponenten verschwinden in gewissen Ebenen $z = \text{const}$ exakt und sind außerhalb dieser Ebenen der Größenordnung nach durch

$$\frac{k}{e} \frac{\partial T}{\partial z} \frac{B_{\varphi}}{B} \quad \text{und} \quad \frac{kT}{e n_e} \frac{\partial n_e}{\partial z} \frac{B_{\varphi}}{B}$$

gegeben. Nimmt man einen Temperaturgradienten $\partial T/\partial z = 3 \cdot 10^3 \text{ }^\circ\text{K/cm}$ an, so ergibt der Ausdruck

$$\sigma_{\perp} \frac{k}{e} \frac{\partial T}{\partial z} \cdot \frac{B_{\varphi}}{B} ,$$

wie er in Gl. (17) einzuführen wäre, höchstens einen Beitrag von 1 Amp/cm² zu $\dot{j}_{\varphi'}$. Da die Experimente zeigen, daß $\partial T/\partial z$ im Plasma innerhalb der Spule $\partial T/\partial z < 10^3$ ist, kann dieser Term mit gutem Grund vernachlässigt werden, da der letzte Term der Gl. (17) einen Beitrag zu $\dot{j}_{\varphi'}$ in der Größenordnung einiger hundert Amp/cm² liefert. Für den Term

$$\frac{kT}{e n_e} \frac{\partial n_e}{\partial z} \frac{B_{\varphi}}{B}$$

gilt eine analoge Abschätzung, denn experimentell wurde

$$\frac{\partial n_e}{\partial z} < \frac{1}{3} \frac{n_e}{l}$$

gefunden. (l = Länge des Plasmas unterhalb der Spule, $l = 50 \text{ cm}$). Mit der Vernachlässigung der beiden Terme in Gl. (17) haben wir außer $\partial/\partial\varphi = 0$ auch $\partial/\partial z = 0$ gesetzt, also Kreiszyindersymmetrie

des Plasmas angenommen, wie es — auf den ersten Blick — die Spektren und Schmierkamerabilder nahelegen (s. Abb. 3). Auch die zu diskutierende quasiradiale (r') Komponente der Bewegungsgleichung erhält die einfache Form:

$$(\nabla p)_{r'} = \frac{1}{c} \dot{j}_{\varphi'} B . \quad (18)$$

Wir integrieren die Gl. (18) von r' bis zum äußeren Radius R des Entladungskanals und erhalten

$$p(r') = p(R) - \frac{1}{c} \int_{r'}^R \dot{j}_{\varphi'} B dr'' , \quad (19)$$

wo $p(R)$ der Druck des die Entladung umgebenden Neutralgases ist. Einsetzen der Gl. (17) in Gl. (19) ergibt:

$$p(r') = p(R) - \frac{B}{c} \int_{r'}^R \sigma_{\perp} E_{\varphi'} dr'' + \frac{B^2}{c^2} \int_{r'}^R \sigma_{\perp} v_{r'} dr'' - \frac{B^2}{c^2 e n_e} \int_{r'}^R \sigma_{\perp} \dot{j}_{r'} dr'' - \frac{3}{2} \int_{r'}^R k n_e \nabla_{r'} T dr'' . \quad (20)$$

Der Druckaufbau in der Entladung wird also durch die Beiträge der folgenden Effekte bewerkstelligt:

$$\text{des Pincheffekts:} \quad - \frac{B}{c} \int_{r'}^R \sigma_{\perp} E_{\varphi'} dr'' ,$$

des Zu- oder Abströmen des Plasmas:

$$\frac{B^2}{c^2} \int_{r'}^R \sigma_{\perp} v_{r'} dr'' ,$$

$$\text{des Hall-Effekts:} \quad - \frac{B^2}{c^2 e n_e} \int_{r'}^R \sigma_{\perp} \dot{j}_{r'} dr'' ,$$

$$\text{und des Nernst-Effekts:} \quad - \frac{3}{2} k \int_{r'}^R n_e \nabla_{r'} T dr'' .$$

II.1. Die Druckerhöhung durch den Nernst-Effekt

Als erstes diskutieren wir den Beitrag des Nernst-Effekts zum Druckaufbau:

$$\begin{aligned} p_{\text{Nernst}}(r') - p(R) &= - \frac{3}{2} k \int_{r'}^R n_e \nabla_{r'} T dr'' \\ &= - \frac{3}{2} k \int_{T(r')}^{T(R)} n_e(T) dT . \end{aligned} \quad (21)$$

Diese Gleichung geht auf den Term

$$\frac{1}{\sigma_{\perp}} \dot{\mathbf{j}}_{\text{Nernst}} = - \frac{3}{2} \frac{k}{e} \frac{1}{\omega_e^2 \tau_e} \boldsymbol{\omega}_e \times \nabla T \quad (22)$$

des Ohmschen Gesetzes, d.h. der Gl. (13), zurück ($\boldsymbol{\omega}_e = -e \mathbf{B}/mc$). Gl. (22) besagt, daß senkrecht zu

einem Temperaturgradienten und einem dazu senkrechten Magnetfeld unter geeigneten Voraussetzungen ein Strom fließt. Dieser Effekt ist aus der Festkörperphysik seit langem bekannt¹⁸. Er wird nach seinen Entdeckern v. Ettingshausen-Nernst-Effekt oder nur Nernst-Effekt genannt. In unserem Experiment haben wir große radiale Temperaturgradienten in einem starken, longitudinalen Magnetfeld, so daß sich aus Gl. (22) der quasiazimutale Strom

$$j_{\varphi'} \text{Nernst} = \frac{3}{2} \frac{c}{B} n_e k \frac{\partial T}{\partial r'} \quad (22a)$$

der Gl. (17) ergibt.

Daß der Nernst-Effekt den Druckaufbau im Inneren unseres Plasmas überwiegend bestimmt, beweisen wir folgendermaßen: Einsetzen der Gl. (22a) in die quasiradiale Komponente (18) der Bewegungsgleichung ergibt

$$\frac{\partial p}{\partial r'} = \frac{3}{2} n_e k \frac{\partial T}{\partial r'}. \quad (23)$$

Differenzieren wir nun die Zustandsgleichung

$$p = \frac{Z+1}{Z} n_e k T \quad (24)$$

für ein quasineutrales Plasma mit Ionen der Ladung Z nach r' , so erhalten wir

$$\frac{\partial p}{\partial r'} = \frac{Z+1}{Z} n_e k T \frac{\partial T}{\partial r'} + \frac{Z+1}{Z} k T \frac{\partial n_e}{\partial r'}. \quad (25)$$

Damit wird Gl. (23)

$$\frac{Z+1}{Z} n_e k \frac{\partial T}{\partial r'} + \frac{Z+1}{Z} k T \frac{\partial n_e}{\partial r'} = \frac{3}{2} n_e k \frac{\partial T}{\partial r'}. \quad (26)$$

Für doppelionisiertes Helium-Plasma ist $Z=2$, so daß

$$\partial n_e / \partial r' = 0$$

oder $n_e = \text{const}$

sein muß.

Im Falle eines Heliumplasmas sollte sich also ein solcher $j_{\varphi'}$ -Strom einstellen, daß im Gebiet doppelter Ionisation die Elektronendichte über den Radius konstant ist. Diese Konstanz der Elektronendichte über den Radius war gerade das charakteristische Ergebnis unserer Elektronendichtemessungen. Sie beweisen, daß der Nernst-Effekt den Druckaufbau

im Inneren des Plasmas praktisch allein bestimmt. Auf die Bedeutung des Nernst-Effekts für die hier beschriebenen Experimente hat zuerst KLÜBER¹⁵ hingewiesen.

Aus den Meßkurven $n_e(r)$ und $T(r)$ und Gl. (21) können wir die Druckerhöhung auf Grund des Nernst-Effekts graphisch ermitteln. (Da der Winkel zwischen den r - und r' -Richtungen nur $3 \cdot 10^{-3} r \approx 0,15^\circ$ beträgt, ist es praktisch gar nicht möglich, auf Grund der Meßdaten einen Unterschied zwischen diesen beiden Richtungen festzustellen.) Die sich ergebende Abb. 10 zeigt, daß in der Umgebung der Entladungsschse der berechnete Druck den gemessenen noch etwas übersteigt. Darauf werden wir im Zusammenhang mit der Strömung im Plasma noch zurückkommen.

Obwohl der Nernst-Effekt als die wesentliche Ursache des Druckanstiegs zur Achse hin erkannt ist, und also die Wirkung der anderen Effekte in der Achsenumgebung klein sein muß, ist es doch instruktiv, alle anderen Effekte zu diskutieren.

II.2. Druckerhöhung durch den Pincheffekt

Da die vorliegende Entladung stationär und rotationssymmetrisch ist, verschwindet die azimutale elektrische Feldstärke $E_\varphi = 0$. Die quasiazimutale Feldstärke $E_{\varphi'}$ verschwindet jedoch nicht, da wegen der Verdrillung des äußeren Magnetfeldes durch das Feld B_φ des Entladungsstroms die von außen über die Elektroden angelegte Feldstärke E in unserem Koordinatensystem die Komponenten

$$E_z' = \frac{B_z}{B} E_z \quad \text{und} \quad E_{\varphi'} = \frac{B_\varphi}{B} E_z \quad \text{hat.} \quad (27)$$

Wir schreiben nach Gl. (20) für die allein von $E_{\varphi'}$ erzeugte Druckerhöhung

$$\begin{aligned} p_{\text{Pinch}}(r') - p(R) &= - \frac{B}{c} \int_{r'}^R \sigma_\perp E_{\varphi'} dr'' \\ &= - \frac{1}{c} \int_{r'}^R \sigma_\perp E_z B_\varphi dr''. \end{aligned} \quad (28)$$

Der radiale Verlauf der Leitfähigkeit σ_\perp ergibt sich nach Gl. (15_⊥) aus dem Temperaturprofil. Daraus und aus dem Gesamtstrom erhält man durch graphische Integration

$$E_z (\approx 5 \text{ V/cm}) \quad \text{und} \quad B_\varphi (< 5 \cdot 10^2 \text{ Gauß}).$$

Es ergibt sich, daß der durch den Pinch-Effekt verursachte Beitrag zum Druck auf der Achse $1,2 \cdot 10^5$

¹⁸ A. v. ETtingsHAUSEN u. stud. W. NERNST, Ann. Phys. Chem. **29**, 343 [1886]. — W. NERNST, Ann. Phys. Chem. **31**, 760 [1887].

dyn/cm² nicht übersteigt und somit klein gegen den gemessenen Druck ist.

Es sei noch darauf hingewiesen, daß man in der Regel statt Gl. (28)

$$\begin{aligned} p(r')_{\text{Pinch}} - p(R) &= -\frac{1}{c} \int_{r'}^R j_z B_\varphi dr'' \\ &= -\frac{1}{c} \int_{r'}^R \sigma_{||} E_z B_\varphi dr'' \end{aligned} \quad (29)$$

schreibt. Der Vergleich mit der Gl. (28) zeigt, daß die Berücksichtigung der Anisotropie der Leitfähigkeit einen um den Faktor $\sigma_{||}/\sigma_{\perp} \approx 2$ reduzierten Pinch-Druck ergibt. Gl. (28) ergibt sich natürlich auch, wenn in Zylinderkoordinaten gerechnet wird. Wegen der Anisotropie der Leitfähigkeit ergibt sich nämlich für die azimuthale Stromdichtekomponente ein Anteil

$$\begin{aligned} j_\varphi &= (1 - \sigma_{\perp}/\sigma_{||}) j_z B_\varphi/B_z \\ &= \frac{1}{2} j_z B_\varphi/B_z \quad (\text{siehe }^{17}). \end{aligned}$$

In der radialen Komponente der Bewegungsgleichung

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{1}{c} j_\varphi B_z - \frac{1}{c} j_z B_\varphi$$

wird also der zweite Term durch den ersten gerade um einen Faktor 2 reduziert.

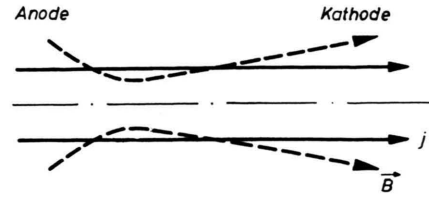
II.3. Druckänderung infolge des Hall-Effekts

Die Druckerhöhung durch den Hall-Effekt wird durch den folgenden Term der Gl. (20) angegeben:

$$p(r')_{\text{Hall}} - p(R) = -\frac{B^2}{c^2 e n_e} \int_{r'}^R \sigma_{\perp} j_r dr''. \quad (30)$$

Danach hat ein negativer Strom, d.h. ein Strom, der die magnetischen Flächen nach innen durchfließt, eine Druckerhöhung in unserem Entladungskanal zur Folge. Die Größe dieses j_r ist uns aus unseren Messungen nicht direkt bekannt. Die in unserem Experiment normalerweise verwendete Polung von Strom und Magnetfeld ist in Abb. 11 schematisch dargestellt. Danach ist wegen der Form des Magnetfelds im größten Teil der Entladung eine negative Stromdichte j_r zu erwarten.

Wenn \mathbf{j} genau parallel zur Entladungsachse flösse, würde sich nach Gl. (30) eine nicht mehr vernachlässigbare Druckerhöhung in unserem Plasma ergeben. Umpolen des Stromes sollte demgegenüber



Ab. 11. Schematischer Magnetfeld- und Stromverlauf.

zu einer Druckerniedrigung führen. Ein solcher Effekt ist tatsächlich vorhanden, erniedrigt den Druck jedoch nur unwesentlich. Im Bereich unter der Magnetfeldspule weitet sich der Plasmakanal geringfügig auf. Im Bereich des anodenseitigen Endes der Spule ist er stark aufgeweitet, während er im Bereich des kathodenseitigen Endes jetzt verengt ist. Das ist auch bei zur Mittelebene ($z=0$) symmetrischer Magnetfeldanordnung (also ohne das konische Magnetfeld) der Fall und eine Folge des Hall-Effekts (s. auch ³). Die Gl. (30) zeigt das folgendermaßen: Wenn ein Entladungsstrom nur in z -Richtung fließt, so gilt $j_r = -B_r/B j_z$. Somit erniedrigt sich nach Gl. (30) der Druck anodenseitig (B_r ist hier negativ, j_z positiv bei gleichsinniger Polung, B_r positiv und j_z negativ bei gegensinniger Polung) und erhöht sich kathodenseitig. Diesem Effekt wirkt die konische Magnetfeldkonfiguration entgegen, wenn das Magnetfeld, wie in Abb. 11 dargestellt, zur Anode hin stärker wird. Durch diese Konfiguration konnte erreicht werden, daß das Plasma nicht nur rotationssymmetrisch, sondern bis auf einen Bereich unter den Enden der Magnetfeldspule in guter Annäherung kreiszylindrisch ist. Das ist, wie ausgeführt, für die Auswertung der Messung der Elektronendichte mit Hilfe des Faraday-Effekts von großem Nutzen.

II.3. Druckänderung infolge radialer Massenströme

Nach Gl. (20) gilt

$$p(r')_{\text{Strömung}} - p(R) = \frac{B^2}{c^2} \int_{r'}^R \sigma_{\perp} v_r dr''. \quad (31)$$

Danach erzeugt ein radial nach innen bzw. nach außen gerichteter Materiestrom eine Druckerniedrigung bzw. eine Druckerhöhung. Ein radialer Zustrom ist vorhanden (s. Abb. 12), und zwar aus folgendem Grunde: Das Plasma strömt wegen des hohen Achsendrucks im Bereich unterhalb der Magnetfeldspule nach außen in die Trichter. Das ist aus Messungen der Doppler-Verschiebung von Spek-

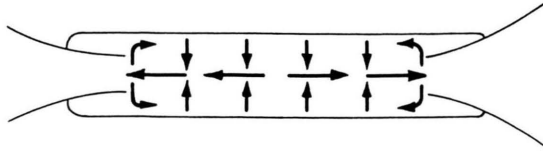


Abb. 12. Strömungsmodell der Entladung.

trallinien bekannt (siehe 3). Auf Grund dieser Messungen ergibt sich aus der Kontinuitätsgleichung, daß die Geschwindigkeit des radialen Zustroms v_r von der Größenordnung 10^3 cm/s sein muß. Eine Geschwindigkeit dieser Größenordnung kann die Diskrepanz zwischen dem berechneten und dem experimentell ermittelten Druckprofil erklären (siehe Abb. 10).

II.4. Druckerhöhung durch ambipolare Diffusion

In den äußeren Zonen kommt eine Druckerhöhung dadurch zustande, daß infolge der Partialdichtegradienten geladener und neutraler Teilchen die geladenen Teilchen nach außen diffundieren. Gemäß Gl. (31) ergibt sich also eine Druckerhöhung. (In das Ohmsche Gesetz und somit auch in Gl. (31) geht nur die Geschwindigkeit ionisierter Teilchen ein.) Derselbe Effekt tritt auch im Übergangsgebiet zwischen einfach und zweifach ionisiertem Helium auf. Um die Druckerhöhung infolge ambipolarer Diffusion berechnen zu können, muß von einem 3-Komponenten-Plasma (Elektronen, 2 schwere Teilchensorten verschiedener Ionisationsstufe) ausgegangen werden, wie es WIENECKE, der den in Rede stehenden Effekt zuerst erkannte, getan hat¹⁴. Der von uns gemessene Druck in den äußeren Zonen, der nicht vom Nernst-Effekt verursacht wird (siehe Abb. 10), ist etwa um einen Faktor 2 kleiner als der theoretische Wert. Diese Diskrepanz dürfte wieder dadurch zustande kommen, daß ein radialer Zustrom vorhanden ist.

Zum Schluß wollen wir noch auf die naheliegende Frage eingehen, wodurch dem hohen Achsendruck im Bereich hohen Magnetfeldes von den Enden her, wo das Magnetfeld klein ist, das Gleichgewicht gehalten wird. Dazu gehen wir auf die Bewegungsgleichung (12) zurück. Vernachlässigen wir darin zunächst die Reibungskräfte, nehmen die Dichte als konstant an und integrieren für $r=0$ über z , so ergibt sich die Bernoullische Gleichung der Hydromechanik

$$\frac{1}{2} \rho v_z^2 + p = \text{const.}$$

Da der Achsendruck außerhalb der Magnetfeldspule um mehr als einen Faktor 2 kleiner ist als der Achsendruck innerhalb der Magnetfeldspule, so ergibt sich für die Ausströmgeschwindigkeit $v_z \geq 0,7 \times$ Schallgeschwindigkeit. Eine so hohe Ausströmgeschwindigkeit wurde jedoch nicht beobachtet. Wir müssen daher schließen, daß die innere Reibung eine Rolle spielt, und geben ohne Rechnung den Ausdruck für die Kraftdichte der inneren Reibung auf der Achse ($r=0$) an:

$$R_z(r=0) = 2\eta \left. \frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} \right|_{r=0}. \quad (32)$$

Hierin ist für η der bekannte Ausdruck der kinetischen Gastheorie

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \lambda \bar{v} = 4 \cdot 10^{-12} T^{5/2}$$

zu setzen. (Das Magnetfeld geht in den Reibungskoeffizienten erst ein, sobald $\omega^2 \tau^2$ für Ionen > 1 ist. Das ist aber für unsere Verhältnisse gerade noch nicht der Fall.)

Nehmen wir für den radialen Verlauf der Ausströmgeschwindigkeit einen parabelförmigen an:

$$v_z = v_z(r=0) (1 - r^2/r_0^2),$$

so wird die Gl. (32)

$$\begin{aligned} R_z(r=0) &= -4\eta v_z(r=0)/r_0^2 \\ &= 1,6 \cdot 10^{-16} T^{5/2} v_z(r=0)/r_0^2. \end{aligned}$$

Mit $T = 1,5 \cdot 10^5$ °K, $v_z(r=0) = 0,7 \cdot 10^6$ cm/sec (bei $T = 1,5 \cdot 10^5$ °K beträgt die Schallgeschwindigkeit in einem doppelt ionisierten Heliumplasma ($Z=2$) $4 \cdot 10^6$ cm/sec) und $r_0 = \sqrt{0,2}$ cm ergibt sich

$$R_z(r=0) = \partial p / \partial z = -5 \cdot 10^4 \text{ dyn/cm}^3.$$

Bleibt dieser Druckgradient über 10 cm aufrecht-erhalten, so stellt sich eine Druckdifferenz von $5 \cdot 10^5$ dyn/cm² ein. Die innere Reibung kann also dem hohen Achsendruck im Bereich innerhalb der Spule das Gleichgewicht halten.

Der Wert $r_0 = \sqrt{0,2}$ cm mag zu klein erscheinen. Aus Messungen der Doppler-Verschiebung von Spektrallinien ist jedoch bekannt, daß die Strömung nur in der nächsten Achsumgebung erfolgt. Diese Messungen wurden bei ≈ 4 kA Entladungsstromstärke, also einer größeren als der von uns verwendeten, durchgeführt. Es ergaben sich Ausströmgeschwindigkeiten von $\approx 1 \cdot 10^6$ cm/sec.

Herrn K. BERGSTEDT, der diese Messungen durchgeführt hat, danke ich für die Überlassung der Ergebnisse. — Herrn Prof. Dr. R. WIENECKE und Herrn Dr. G. VON GIERKE danke ich sehr für die Förderung dieser Arbeit, Herrn Dr. H. WULFF für zahlreiche Anregungen und hilfreiche Diskussionen. Auch möchte ich Fräulein H. FREISING und

Fräulein A. STRUPPLER für technische Hilfe und die Zusammenstellung des Bildmaterials danken.

Diese Arbeit wurde im Rahmen des Vertrages zwischen dem Institut für Plasmaphysik GmbH und der Europäischen Atomgemeinschaft über die Zusammenarbeit auf dem Gebiete der Plasmaphysik durchgeführt.

Untersuchungen zur Beschleunigung von Plasma mit elektromagnetischen Wanderwellen

W. BIEGER, H. GRESSER, F. HOENEN, R. LÄUTER, F. RICHTER, A. STAMPA * und H. TUCZEK

Institut für Plasmaphysik der Kernforschungsanlage Jülich des Landes Nordrhein-Westfalen e. V.
ASSOZIATION EURATOM-KFA

(Z. Naturforsch. 23 a, 263—270 [1968]; eingegangen am 23. November 1967)

With regard to the application in plasma wind-tunnels or propulsion devices, the electrodeless generation and acceleration of plasma by an electromagnetic wave travelling along a special transmission line are investigated.

Our first aim was to obtain information on the interaction of the wave with the plasma and to determine the initial parameters for effective operation. In the first experiments the efficiency of the process was not a primary concern. The transmission lines were terminated in matched loads where the whole electromagnetic energy at the output of the circuit, of the order of 100 MW, was dissipated. Such devices can be operated only in a pulsed manner, because it is practically impossible to maintain such high energies for long periods of time. Plasma pulses with a length of about 1 m, densities up to 10^{14} cm^{-3} and particle velocities between $5 \times 10^6 \text{ cm/sec}$ and $1.2 \times 10^8 \text{ cm/sec}$ could be produced. The interaction of wave and plasma could be described in good agreement with a simple model in which we assumed the ions of the plasma to be reflected elastically on a magnetic piston. For the production of longer or continuously streaming beams it appears necessary to go over to a feed-back circuit, where the energy at the output of the line is reinjected at the input by using an appropriate transformer. A high frequency oscillator is used to compensate the energy losses resulting from ohmic effects and from the plasma acceleration. The realization of such a circuit was studied theoretically and experimentally.

Für eine Reihe von Versuchen, die auf die kontrollierte Kernfusion hinzielen, sind Plasmastrahlen mit hohen gerichteten Geschwindigkeiten für die Erzeugung des Anfangsplasmas von Interesse. Daneben haben Plasmastrahlen mit Teilchengeschwindigkeiten von 50 – 100 km/s in letzter Zeit vor allem für die Weltraumforschung Bedeutung erlangt. Man will sie hier einerseits benutzen, um kosmische Ereignisse im Laboratorium nachzumachen — ein aktuelles Beispiel dafür ist die Simulation des solaren Windes —, andererseits eröffnet sich die Möglichkeit, Plasmastrahlen als Antrieb für Raumfahrzeuge zu verwenden.

In unseren Versuchen sollen Plasmastrahlen im Hinblick auf diese Anwendungen elektrodenlos erzeugt werden. Die elektrodenlose Herstellung hat den offensichtlichen Vorteil, daß die Schwierigkeiten vermieden werden, die durch den Kontakt des Plasmas mit den Elektroden auftreten. Der Nachteil besteht vor allem in der geringen Kopplung zwischen

Plasma und elektromagnetischem Feld. Da meistens die nicht an das Plasma abgegebene Energie im elektrischen Kreis vernichtet wird, bedeutet das einen geringen Wirkungsgrad der Energieübertragung. Gelingt es aber, die nach einem Beschleunigungsvorgang im Feld verbleibende Energie den weiteren Prozessen wieder zuzuführen, so kann auch beim elektrodenlosen Beschleuniger ein genügend hoher Wirkungsgrad erreicht werden.

Eine solche Rückspeisung der Energie erscheint im Prinzip einfach, wenn man zur Beschleunigung eine fortschreitende elektromagnetische Welle benutzt. Die Welle läuft dann in einem geschlossenen Kreis, von dem ein Teil die Beschleunigungsstrecke darstellt. Vor der technischen Verwirklichung eines solchen Kreislaufs muß allerdings die Frage beantwortet werden, ob die Welle das Plasma wirkungsvoll beschleunigt. Für das Verständnis der dabei im einzelnen sehr komplizierten Vorgänge stehen uns nur stark vereinfachende Modelle zur Verfügung, und die Frage taucht auf, inwieweit sie wenigstens

* Deutsche Versuchsanstalt für Luft- und Raumfahrt e. V.